

A.P. Fantilli <sup>(1)</sup>  
 D. Ferretti <sup>(2)</sup>  
 I. Iori <sup>(3)</sup>  
 P. Vallini <sup>(4)</sup>

# Sulla deformabilità, in esercizio, di solai in conglomerato armato

Viene indagato il comportamento a flessione longitudinale dei solai in conglomerato armato, alleggeriti con blocchi di laterizio o con pan di polistirolo, con l'obiettivo di individuare un opportuno approccio di tipo numerico, ispirato ad una precisa messa in conto della complessa realtà fisica delle strutture analizzate

Una introduzione al problema

Volendo analizzare, con ampia generalità, il comportamento in fase di esercizio degli elementi inflessi in conglomerato armato, sempre più utile appare il riferimento ad una visione che analizzi il quadro fessurativo, non tanto secondo una sua "univocità certa" di sviluppo, bensì secondo un suo "incerto" progressivo manifestarsi [1]. In altre parole, con l'accezione "incerto" non si vuole collocare il problema in un ambito di aleatorietà meccanica e geometrica; si vuole al contrario sottolineare, nel contesto generale della complessa realtà fisica, la pratica impossibilità di pervenire ad una sola ed univoca soluzione del problema [2]. Si pensi infatti, ad esempio, alle diverse ed ugualmente possibili opportunità di sviluppo fessurativo che si registrano al raggiungimento del valore ultimo  $E_c$  di trazione nel conglomerato, all'intradosso dell'elemento di fig. 1a.

Ma, anche qualora il momento flettente avesse un diverso andamento lungo l'elemento, le "casuali" opportunità di innescio fessurativo manterrebbero ugualmente il loro carattere di molteplicità: basti pensare, al proposito, alla presenza delle staffe, nonché al ruolo sostenuto dalle reali storie tensionali prodotte dall'inevitabile variare dei carichi. È bene sottolineare che tutto quanto osservato trova nei solai in conglomerato armato ulteriore e specifica possibilità di manifestarsi. La presenza, infatti, dei blocchi di laterizio e le loro varie allocazioni (a passo sfalsato o meno, ad esempio) rappresentano elementi certi di un potenziale innescio fessurativo che può condurre ad una notevole variabilità del quadro fessurativo nei singoli travetti aventi uguali caratteristiche meccaniche. Per la specifica problematica dei solai in esame, acquista dunque una sicura importanza la possibile definizione di un campo di variabilità nel quale poter collocare le diverse possibilità di manifestarsi del quadro fessurativo e la loro conseguente deformabilità. La definizione di un ben preciso "fuso", in parallelo a quanto già proposto nel caso di singole travi in conglomerato armato [2] [3], può consentire anche per i solai presi in esame, non soltanto una corretta definizione della loro deformabilità, ma anche una giusta valutazione del contributo meccanico offerto dai blocchi di laterizio.

L'effetto irrigidente operato dalle "pignatte" (una sorta di ulteriore "tension-stiffening" da aggiungere al classico contributo conosciuto per il conglomerato armato) potrebbe così pensarsi secondo un'ottica più aderente alla specifica realtà fisica del problema.

Una valutazione della deformabilità, in esercizio ed a breve termine, degli elementi inflessi in c.a.

Nello studio del comportamento degli elementi inflessi in conglomerato armato, due aspetti assumono importanza rilevante. Il primo di essi riguarda l'esauriente messa in conto dei diversi aspetti della complessa realtà fisica: un possibile approccio al problema, con caratteristiche di ampia generalità, dovrà ad esempio valutare con la giusta attenzione il legame di aderenza ( $\tau$ - $s$ ) tra le tensioni tangenziali  $\tau$ , lungo le barre d'armatura, ed i rispettivi scorrimenti  $s$  nei riguardi del conglomerato circostante. Da qualche tempo sono stati proposti approcci ispirati ad una necessaria generalità di impostazione: a titolo d'esempio si possono ricordare i modelli di analisi [4], [5], [6], [7], [8], [9], tutti in grado di prendere in esame la deformabilità del singolo concio compresso tra due fessure contigue. In tempi più recenti il modello [1] ha ulteriormente ampliato la precedente generalità ricordata: l'evoluzione della deformabilità è stata indagata alla luce di un legame  $\tau$ - $s$  in grado di valutare anche le inversioni di segno delle tensioni tangenziali e degli scorrimenti che si manifestano alla progressiva formazione delle diverse fessure.

Prendendo in esame la sezione di un generico concio di lunghezza  $dz$  (fig. 1b), appartenente all'elemento in esame, possono scriversi le equazioni del suo equilibrio:

$$\int_{A_c} \sigma_c dA_c + \sigma_s A_s + \sigma'_s A'_s = 0 \quad (1)$$

$$\int_{A_c} \sigma_c y_c dA_c + \sigma_s y_s A_s + \sigma'_s y'_s A'_s = M(z).$$

L'equilibrio della sola armatura tesa impone invece:

$$\frac{d\sigma_s}{dz} = \frac{p_s}{A_s} \tau(s(z)), \quad (2)$$

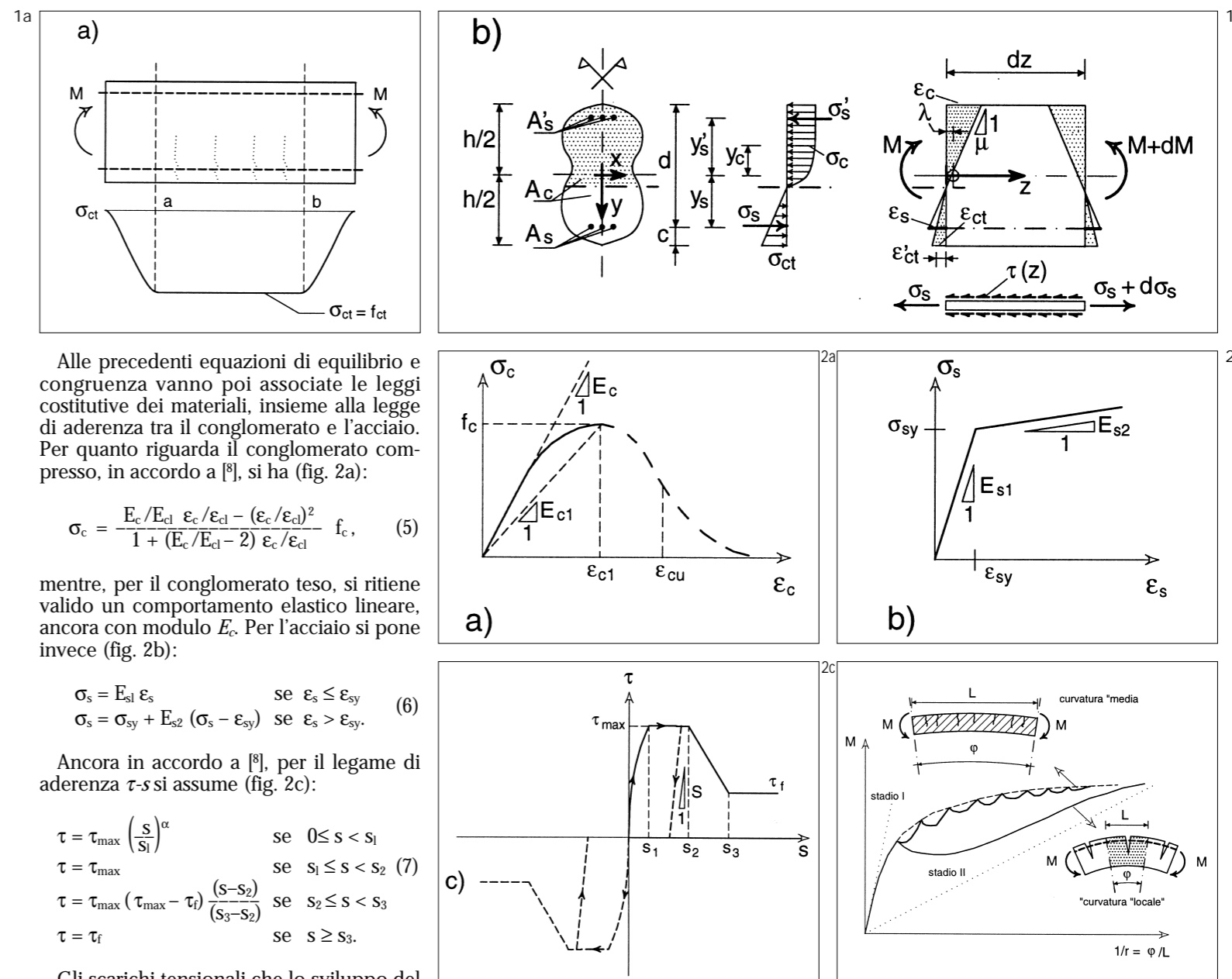
essendo  $A_s$ ,  $p_s$  rispettivamente l'area ed il perimetro dell'armatura medesima,  $\tau(s(z))$  la tensione tangenziale prodotta dall'aderenza tra l'armatura ed il conglomerato circostante. Lo scorrimento che tuttavia può prodursi tra l'armatura ed il conglomerato circostante uguaglia la differenza tra gli spostamenti di due punti appartenenti ai rispettivi materiali ed inizialmente a contatto:

$$s(z) = s_s(z) - s'_{ct}(z), \quad (3)$$

ovvero:

$$\frac{ds}{dz} = \epsilon_s(z) - \epsilon'_{ct}(z). \quad (4)$$

1. a) L'elemento inflesso; b) un suo concio infinitesimo.  
 2. I legami costitutivi dei materiali: a) conglomerato compresso; b) acciaio; c) legge  $\tau$ - $s$ .  
 3. La dicotomia tra curvatura "media" e curvatura "locale".



Alle precedenti equazioni di equilibrio e congruenza vanno poi associate le leggi costitutive dei materiali, insieme alla legge di aderenza tra il conglomerato e l'acciaio. Per quanto riguarda il conglomerato compresso, in accordo a [8], si ha (fig. 2a):

$$\sigma_c = \frac{E_c/E_{cl} \epsilon_c/\epsilon_{cl} - (\epsilon_c/\epsilon_{cl})^2}{1 + (E_c/E_{cl} - 2) \epsilon_c/\epsilon_{cl}} f_c, \quad (5)$$

mentre, per il conglomerato teso, si ritiene valido un comportamento elastico lineare, ancora con modulo  $E_c$ . Per l'acciaio si pone invece (fig. 2b):

$$\sigma_s = E_{s1} \epsilon_s \quad \text{se } \epsilon_s \leq \epsilon_{sy}$$

$$\sigma_s = \sigma_{sy} + E_{s2} (\epsilon_s - \epsilon_{sy}) \quad \text{se } \epsilon_s > \epsilon_{sy}. \quad (6)$$

Ancora in accordo a [8], per il legame di aderenza  $\tau$ - $s$  si assume (fig. 2c):

$$\tau = \tau_{max} \left(\frac{s}{S_1}\right)^\alpha \quad \text{se } 0 \leq s < S_1$$

$$\tau = \tau_{max} \quad \text{se } S_1 \leq s < S_2 \quad (7)$$

$$\tau = \tau_{max} (\tau_{max} - \tau_f) \frac{(s - S_2)}{(S_3 - S_2)} \quad \text{se } S_2 \leq s < S_3$$

$$\tau = \tau_f \quad \text{se } s \geq S_3.$$

Gli scarichi tensionali che lo sviluppo del quadro fessurativo può produrre si mettono in conto attraverso il comportamento ciclico evidenziato, a tratteggio, in fig. 2c.

L'insieme delle Eqq. (1)-(7) rappresenta, con le condizioni al contorno, un problema differenziale definito come "two point boundary value problem", per la cui risoluzione, tra le diverse tecniche di analisi numerica, si è adottato il cosiddetto "shooting" [10].

Precisamente, si è adottato il metodo dello "shooting" multiplo, introducendo all'interno dell'intervallo di integrazione due punti di "appoggio" caratterizzati da uno scorrimento nullo, punti la cui posizione è stata fatta variare in modo da soddisfare le condizioni al contorno. La soluzione del problema, oltre a fornire gli

andamenti dello stato di tensione e di deformazione nell'acciaio e nel conglomerato, permette di calcolare la curvatura del tratto in esame:

$$\frac{1}{r} ; \frac{1}{r_{loc}} = \frac{1}{L} \int_L \mu dz = \frac{1}{L} \int_L \frac{\epsilon_s - \epsilon_c}{d} dz. \quad (8)$$

Nella Eq. (8), una diversa assunzione della lunghezza di riferimento  $L$  può consentire la determinazione tanto della curvatura "media"  $1/r$  dell'elemento, quanto della curvatura "locale"  $1/r_{loc}$  di ogni suo singolo concio fessurato.

Al proposito, la fig. 3 ben evidenzia le due diverse accezioni della curvatura: la diversa assunzione della lunghezza  $L$  con-

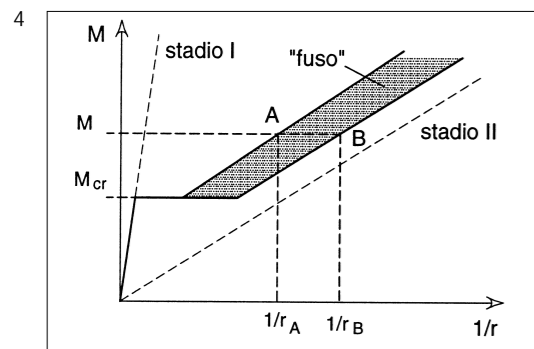
sente dunque al metodo proposto di determinare, come detto, la curvatura "media" di un intero tratto dell'elemento, ma anche la curvatura "locale" di ogni suo concio fessurato.

L'approccio illustrato (per una sua maggiore esegesi, vedasi comunque [1], [2], [3]) ha mostrato una notevole capacità nell'interpretare alcune risultanze sperimentali (in particolare [11], [12]) risultanze condotte in modo opportuno per mettere in evidenza tanto gli aspetti generali del problema (ad esempio, la valutazione delle frecce) quanto quelli particolari e specifici (ad esempio, la valutazione delle curvature locali dei singoli conci e dell'apertura delle diverse fessure).

NORMATIVA RICERCA

4. Il "fuso"  $M-1/r$  introdotto.  
 5. Le situazioni caratterizzanti il "fuso":  
 a) incipiente fessurazione; b) fessurazione avvenuta.

Il secondo degli aspetti prima ricordati riguarda invece la aleatorietà insita nel processo di formazione del quadro fessurativo. Come detto, in quei tratti di trave in cui, o per le caratteristiche meccaniche, o per le particolari condizioni esecutive, si presentano diverse, ma tutte ugualmente possibili, soluzioni fessurative, acquista grande interesse la definizione di un possibile "fuso" in grado di contenere al suo interno la gran parte di esse [2].



Si deve quindi, in altre parole, ricercare tra i molteplici eventi fessurativi due "ideali" casi estremi che rappresentino (fig. 4) i limiti superiore ed inferiore della deformabilità dell'elemento in esame: cioè, due eventi fessurativi (A) e (B) che, a parità di momento flettente, presentino fessure rispettivamente, le più spaziate (con la conseguente minor curvatura  $1/r_A$  del concio da esse delimitato) e le più ravvicinate possibili (con la conseguente maggior curvatura  $1/r_B$  del relativo concio).

In questa ottica, allora, le curve estreme del "fuso" dovrebbero riflettere, per ogni fissato valore di  $M$ , condizioni di incipiente fessurazione e di fessurazione avvenuta. Se si riflette sulla schematizzazione, già proposta in [13], dell'intero elemento fessurato come insieme di blocchi equispaziati, si noterà come da questa realtà ideale sia possibile estrapolare le due condizioni "poco probabili", ma estreme del "fuso".

Nella realtà, infatti, la spaziatura tra le

fessure non è costante ed anche quando il quadro fessurativo si è stabilizzato essa è maggiore o, al più, uguale, per il dato valore di  $M$ , alla "lunghezza di trasmissione"  $l_{tr}$  delle tensioni tangenziali  $\tau$  del fenomeno diffusivo.

In condizioni di incipiente fessurazione, invece, la lunghezza dei blocchi non coincide, di norma, con  $2 \cdot l_{tr}$ .

La definizione del "fuso", insomma, può porsi attraverso la valutazione della deformabilità di un singolo concio nelle due situazioni (A) e (B), relative rispettivamente ad un concio di lunghezza dapprima  $2 \cdot l_{tr}$  (fig. 5a) e successivamente  $l_{tr}$  (fig. 5b).

Il calcolo dello stato tensionale nel concio, per le due diverse condizioni, può ancora essere condotto attraverso l'approccio generale prima ricordato, modificando però le condizioni al contorno del problema differenziale.

I punti della curva A del "fuso" vengono ottenuti considerando il generico concio di fig. 5a, sottoposto ad una sollecitazione flettente  $M \geq M_{cr}$  costante lungo esso ( $M_{cr}$  è il momento di prima fessurazione) ed avente lunghezza  $2 \cdot l_{tr}$ , incognita per quel preciso livello di sollecitazione.

La necessità di creare limiti estremi svincolati dalla particolare storia dei carichi permette ora l'utilizzo della legge  $\tau-s$  proposta in [8] (linea continua in fig. 2c), senza quindi la messa in conto delle diverse possibilità di scarico tensionale indicate, a tratteggio, nella medesima figura.

Per quanto riguarda le condizioni al contorno, in corrispondenza della fessura si avranno le classiche condizioni di stadio II:

$$\epsilon_s(l_{tr}) = \epsilon_{s2}; \quad \epsilon_{ct}(l_{tr}) = 0; \quad \epsilon_c(l_{tr}) = \epsilon_{c2}; \quad \mu(l_{tr}) = \mu_2.$$

La sezione di mezzeria si troverà, invece, in condizioni di fessurazione incipiente:

$$\epsilon_s(0) = \epsilon_{s1}; \quad \epsilon_{ct}(0) = f_{ct} / E_c; \quad \mu(0) = \mu_1.$$

In questa situazione (A) il problema consiste principalmente nella individuazione della lunghezza  $l_{tr}$  necessaria per consentire la diffusione degli sforzi tangenziali  $\tau$  indotti dal particolare livello di sollecitazione presente. Così, avviando il processo risolutivo (definito dall'insieme delle equazioni prima viste, discretizzate alle differenze finite), dalla sezione nota di mezzeria (con la massima tensione  $f_{ct}$  di trazione nel calcestruzzo teso) si avanza verso l'esterno del concio, sino a raggiungere le classiche condizioni di stadio II (cioè con tensione nulla nel calcestruzzo teso all'intradosso).

Le discretizzazioni alle differenze finite della equazione di congruenza e della

6. Confronto tra le osservazioni sperimentali [11] ed il metodo proposto.  
 7. Sezione degli elementi esaminati.

equazione indefinita d'equilibrio sulla barra si scrivono ([1], [2], [9]):

$$\sigma_{s,i+1} = \sigma_{s,i} + \Delta z \tau(s_i) \rho_s / A_s;$$

$$s_{i,1} = s_i + (\epsilon_{s,i} - \epsilon'_{ct,i}) \Delta z.$$

I valori di deformabilità relativi alla situazione (B), vengono invece determinati mantenendo costante il valore del momento  $M$  e prendendo in considerazione il concio dimezzato di fig. 5b, di lunghezza  $l_{tr}$ . Si ritiene, insomma, che la precedente fessurazione incipiente della situazione (A) si possa realmente manifestare.

In questo caso, le condizioni al contorno nelle sezioni fessurate sono ancora definite da condizioni di stadio II:

$$\epsilon_s(l_{tr}/2) = \epsilon_{s2}; \quad \epsilon_{ct}(l_{tr}/2) = 0; \\ \epsilon_c(l_{tr}/2) = \epsilon_{c2}; \quad \mu(l_{tr}/2) = \mu_2.$$

Nella mezzeria del nuovo concio vale ancora la condizione  $s = 0$ , ma non risulta nota la tensione massima di trazione nel calcestruzzo all'intradosso.

Il metodo risolutivo sarà, allora, di tipo "shooting to a fitting point" [10].

In altri termini si seguirà questo sviluppo operativo:

- si ipotizzerà una distribuzione tensionale per il calcestruzzo e per l'acciaio nella mezzeria del concio;
- si risolveranno passo-passo le Eqq. (1)-(8);
- in corrispondenza delle fessure si verificherà il soddisfacimento delle condizioni al contorno;
- si apporteranno gli eventuali adattamenti necessari, intervenendo sulla distribuzione tensionale di partenza assunta nella mezzeria del concio.

In tal modo, per una dato valore di  $M$  possono determinarsi (come illustrato in [2]) i due valori della curvatura  $1/r_A$  e  $1/r_B$  e per punti, al successivo variare di  $M$ , l'intero "fuso" di fig. 4.

Il riferimento al campo di deformabilità del singolo concio conferisce al "fuso" ottenuto un'accezione di tipo "locale" in grado, dunque, di cogliere il reale valore della curvatura in gioco. Al proposito (fig. 6), un preciso riscontro può cogliersi nel confronto tra gli andamenti sperimentali delle curvature di tipo "locale" (relative ai concetti ⑥ e ⑧) e di tipo "medio" (relative al tratto  $L$ ). Tali andamenti, presentati nel lavoro [11], sono stati messi a confronto, in fig. 6, con le curvature relative al "fuso".

L'esame della figura conferma come gli andamenti della curvatura "media" e della curvatura relativa all'indicazione normativa [8] non rientrino subito nel "fuso", al con-

trario di quanto avviene per le curvature "locali" dei concetti ⑥ e ⑧.

Appena superata la soglia fessurativa, infatti, il diagramma medio "diluisce" le poche fessure su ampi tratti, favorendo l'illusione di una maggiore rigidezza e producendo, in strutture iperstatiche, errate valutazioni dello stato di tensione ([15]).

Si ha così ancora una chiara conferma della dicotomia tra la curvatura "media" e quella "locale" già sottolineata, in generale, dalla fig. 3.

La deformabilità, in esercizio ed a breve termine, di solai in latero-cemento: indagine sperimentale e confronto con l'approccio numerico proposto

#### A) Indagine sperimentale

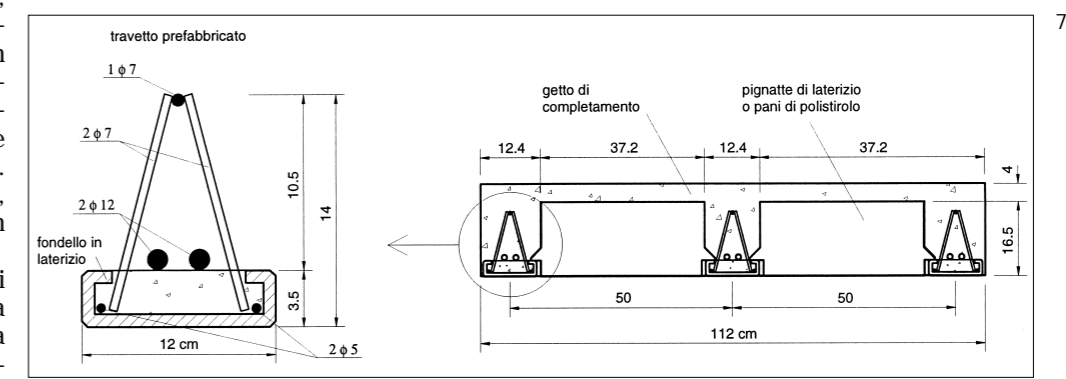
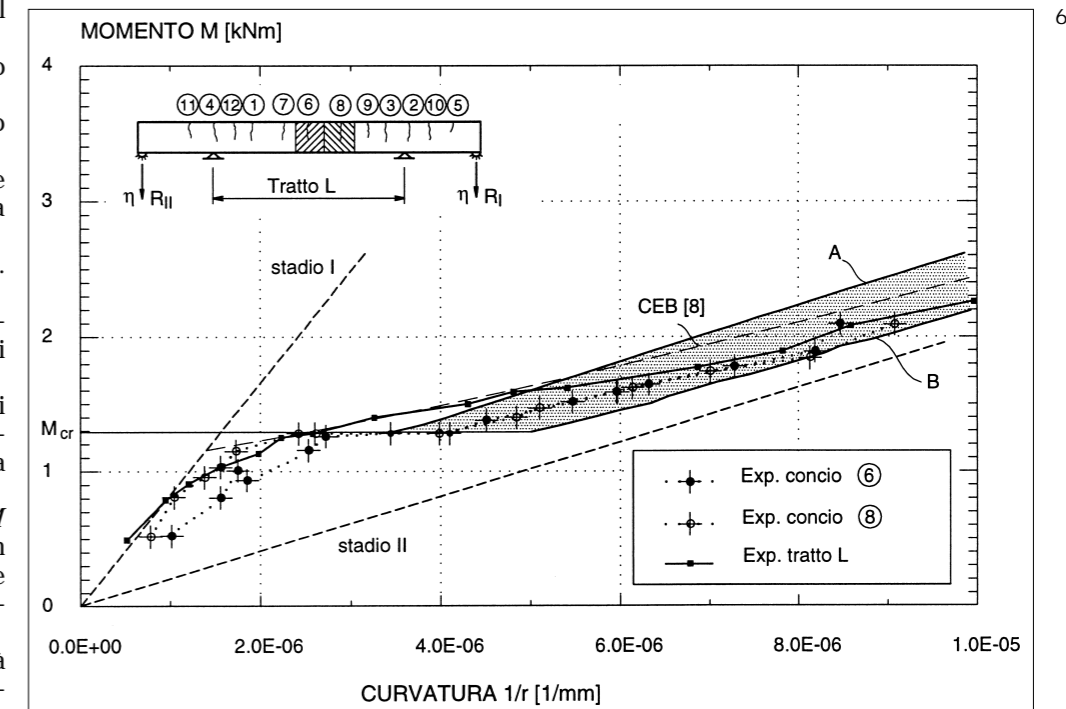
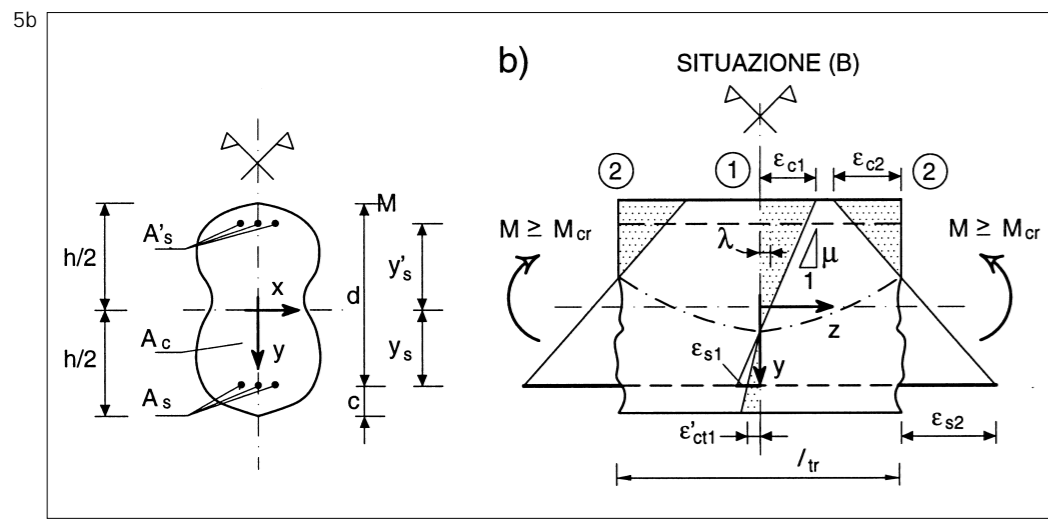
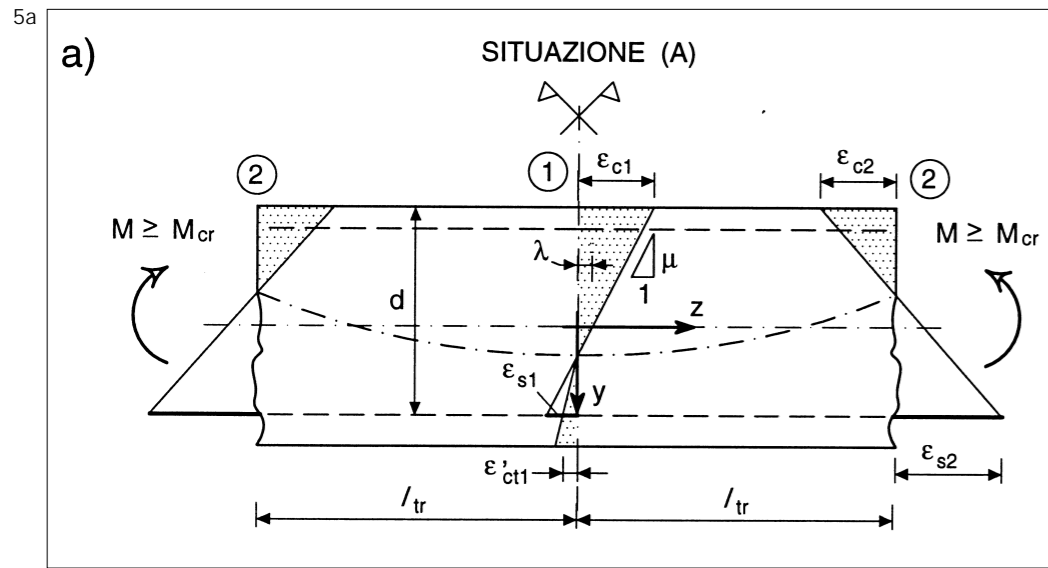
Nell'ambito della ricerca, si è indagato il comportamento flessionale di otto elementi di solaio. Degli otto elementi, due risulta-

vano alleggeriti con pani di polistirolo (POL1, POL2) ed i rimanenti sei, con blocchi di laterizio. Di questi ultimi, più precisamente, due presentavano blocchi collaboranti sfalsati (BS1, BS2), due, blocchi collaboranti non sfalsati (B1, B2) ed i rimanenti due, blocchi non collaboranti e non sfalsati (A1, A2).

In tutti gli elementi, la struttura comune portante (la cui sezione è riportata in fig. 7) era caratterizzata da proprietà meccaniche e geometriche uguali. In altre parole, ogni elemento era costituito da tre travetti uguali, prefabbricati ad armatura lenta (tipo "predalle") integrati, con ugual calcestruzzo, da un opportuno getto di completamento (fig. 7).

Lo schema statico delle prove e la strumentazione adottata sono riportati in fig. 8.

Le basi estensimetriche  $B_{ct}$ ,  $B_{ti}$ , di lunghezza 25 cm ed applicate alla nervatura centrale degli elementi, attraverso le varia-



8. Gli elementi esaminati: schema statico ed apparecchiatura sperimentale.  
 9. Il carico di prima fessurazione nei diversi materiali degli elementi esaminati.  
 10. Le risultanze sperimentali momento  $M$  - curvatura  $\Phi$  1- $\Phi$ 8 lungo un singolo elemento: a) Elemento BS1; b) Elemento A2.

zione delle otto curvature  $\Phi_i$  (essendo  $\Phi_i = (\Delta B_{ci} - \Delta B_{bi})/h$ ) secondo una accezione prossima alla definizione "locale" di curvatura. Infatti il quadro fessurativo negli elementi alleggeriti con blocchi allineati ai fondelli dei singoli travetti (blocchi e fondelli entrambi di lunghezza 25 cm), si sviluppa, ad esempio, inizialmente con distanze tra le singole fessure pressoché pari proprio a 25 cm. Solo successivamente,

riducendosi via via la precedente distanza tra le singole fessure, le registrazioni possono allontanarsi da tale accezione "locale".

L'allontanamento può tuttavia essere considerato molto contenuto, in ragione del valore, comunque limitato, della lunghezza delle diverse basi di lettura (come detto, 25 cm).

Anche per questi motivi, ha significato

allora confrontare, come successivamente sarà fatto, le risultanze sperimentali con le relative risultanze numeriche fornite dal "fuso" proposto dall'approccio prima visto.

Le principali caratteristiche meccaniche dei materiali utilizzati sono riportate in tabella 1 (per il conglomerato, a 28 giorni di maturazione), in tabella 2 (per il laterizio) ed in tabella 3 (per l'acciaio).

Tab. 1 - Caratteristiche meccaniche del conglomerato.

Resistenza cubica media a compressione	$R_{cm} = 27,54 \text{ N/mm}^2$
Resistenza cubica caratteristica a compressione	$R_{ck} = 24,49 \text{ N/mm}^2$
Resistenza cilindrica media a compressione	$f_{cm} = 24,98 \text{ N/mm}^2$
Resistenza cilindrica caratteristica a compressione	$f_{ck} = 23,50 \text{ N/mm}^2$
Resistenza media a trazione	$f_{ctm} = 2,36 \text{ N/mm}^2$
Resistenza caratteristica a trazione	$f_{ctk} = 1,80 \text{ N/mm}^2$
Modulo elastico	$E_m = 25763 \text{ N/mm}^2$

Tab. 2 - Caratteristiche meccaniche del laterizio.

Resistenza media a trazione	$f_{vm} = 20,07 \text{ N/mm}^2$
Resistenza caratteristica a trazione	$f_{vk} = 16,86 \text{ N/mm}^2$
Modulo elastico	$E_m = 20638 \text{ N/mm}^2$

Tab. 3 - Caratteristiche meccaniche dell'acciaio.

Tensione media di snervamento	$f_{ym} = 568,12 \text{ N/mm}^2$
Tensione caratteristica di snervamento	$f_{yk} = 560,21 \text{ N/mm}^2$
Tensione media di rottura	$f_{sum} = 665,76 \text{ N/mm}^2$
Tensione caratteristica di rottura	$f_{suk} = 659,98 \text{ N/mm}^2$

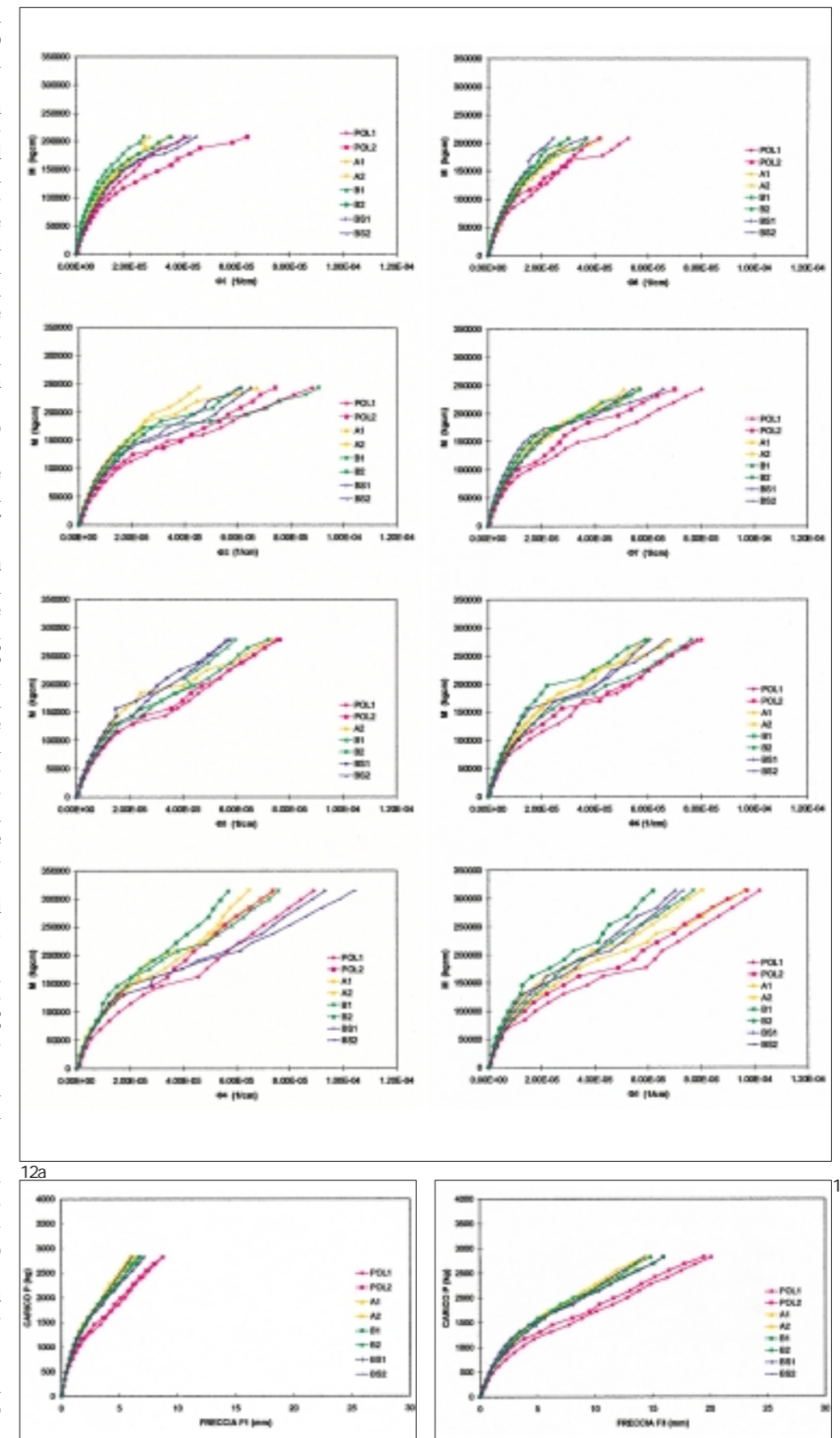
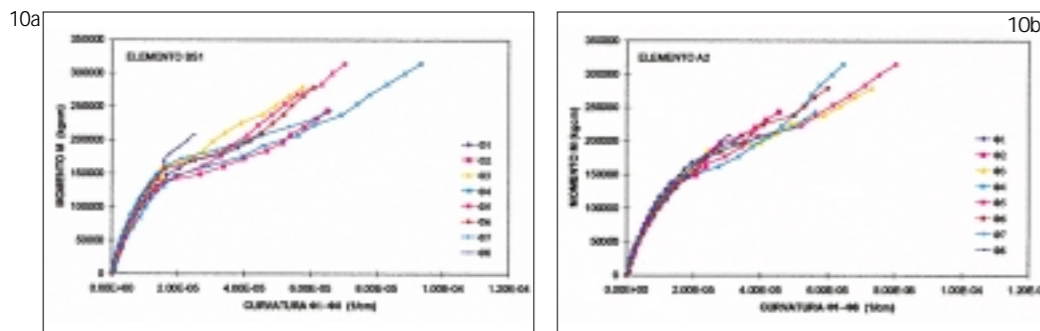
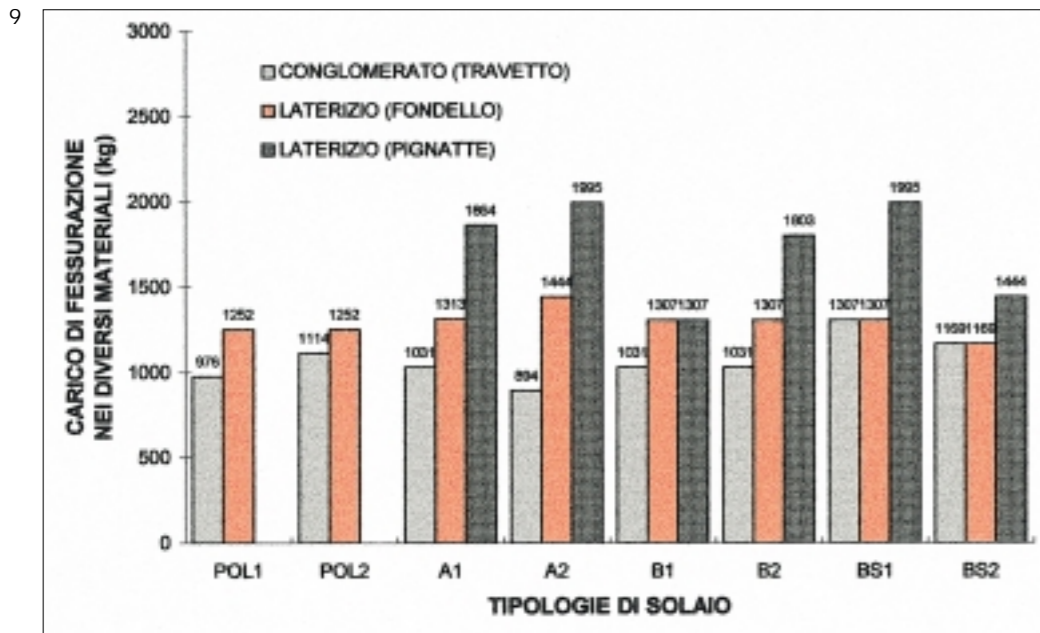
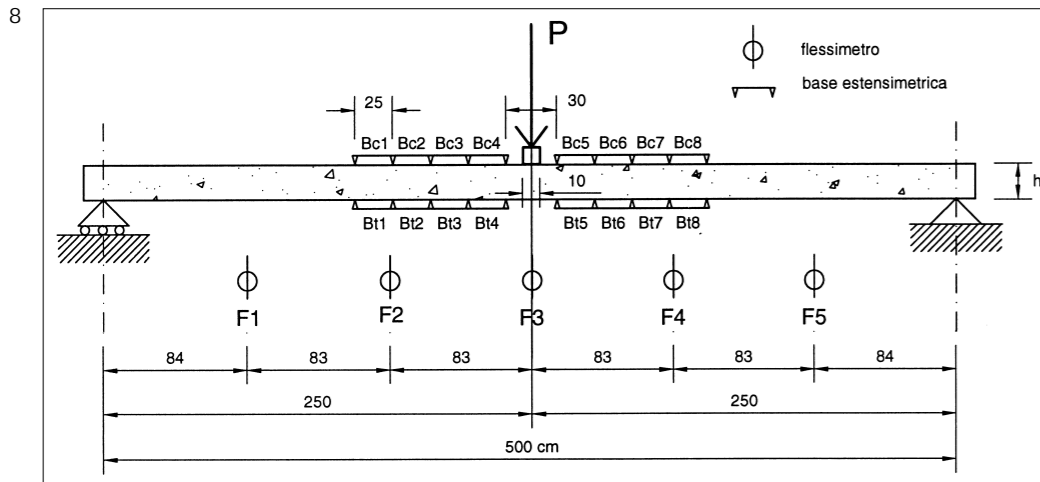
Il ruolo sostenuto dal laterizio può già essere messo in evidenza analizzando l'evoluzione del carico che produce la prima fessurazione nei diversi materiali: ovvero, dapprima nel conglomerato del travetto, successivamente, nel fondello di laterizio del travetto ed ancor dopo, nei blocchi di laterizio. La fig. 9 ben evidenzia il crescere del carico durante questo processo, processo comune ai sei elementi alleggeriti dai blocchi di laterizio, e anche relativo, seppur escludendo il laterizio delle pignatte assenti, agli elementi alleggeriti con il polistirolo. La fessurazione che, come detto, dopo essersi manifestata nel conglomerato, va ad interessare, in successione, i fondelli

11. Le risultanze sperimentali momento  $M$  - curvatura  $\Phi$  1- $\Phi$ 8 di tutti gli elementi esaminati, messe a confronto.  
 12. Le risultanze sperimentali carico - freccia di tutti gli elementi esaminati, messe a confronto: a) freccia F1; b) freccia F3.

e i blocchi di laterizio, ben sottolinea la funzione meccanica del laterizio medesimo nella partecipazione alla deformabilità dei solai esaminati.

Una certa rilevanza va soprattutto ascritta alle risultanze relative al legame momento-curvatura. Dall'esame degli otto elementi indagati si possono trarre considerazioni di validità generale. A titolo di comune esempio, in fig. 10a sono indicate le risultanze relative ad un elemento alleggerito con blocchi di laterizio collaboranti e sfalsati (BS1). Innanzitutto, fino alla soglia di prima fessurazione (che di norma, come visto, si verifica nel conglomerato del travetto in corrispondenza alle giunzioni dei fondelli di laterizio) ogni base di lettura fornisce una pressoché uguale indicazione; successivamente, lo sviluppo del quadro fessurativo conduce alla diversificazione, più o meno marcata, delle rilevazioni delle singole basi. Ciò (come anche osservato in [14] con altra metodologia sperimentale, per il conglomerato sottoposto a trazione) dipende principalmente dal fatto che in ogni singola base di lettura può localizzarsi un diverso numero di fessure, col che le curvature delle singole basi esprimono di norma entità diverse del loro valore. È interessante notare che un aumento del valore di una curvatura (ad esempio  $\Phi_4$ , in fig. 10a) produce spesso una diminuzione della curvatura nella base vicina ( $\Phi_3$ ), a sottolineare il fatto che una locale concentrazione fessurativa tende conseguentemente a "scaricare" la deformazione della zona adiacente. Nell'analisi in esame, tale meccanismo è inoltre accentuato dallo sfalsamento dei blocchi, disposizione, questa, che produce una maggiore possibilità di inneschi fessurativi e, quindi, una più ampia gamma di "opportunità" fessurative. Tali "opportunità" risultano invece più limitate nel caso di allineamento dei blocchi con i fondelli di laterizio dei travetti. È da attendersi dunque, in tal caso, uno sviluppo più regolare del quadro fessurativo e, conseguentemente, una minore possibilità di evidenziare marcate differenze nei valori della curvatura forniti dalle singole basi. Tutto ciò trova buona evidenza in fig. 10b: le curvature delle diverse basi relative all'elemento A2 (costituito da blocchi non collaboranti allineati) si presentano più raggruppate, con minori dispersioni rispetto all'elemento BS1 di fig. 10a.

Nella fig. 10 va poi osservato che la variabilità del momento flettente lungo l'elemento (relativa allo schema statico di fig. 8) consente alle curvature centrali ( $\Phi_4$ ,  $\Phi_5$ ), rispetto a quelle laterali ( $\Phi_1$ ,  $\Phi_8$ ), di raggiungere valori più grandi del momento flettente, momento sempre valutato nel



13. Le risultanze sperimentali degli elementi POL1, POL2 messe a confronto con l'approccio proposto: a) il "fuso" momento - curvatura; b) il "fuso" carico - freccia F3.

punto intermedio della singola base di lettura.

Tuttavia, per mettere ben in evidenza il diverso comportamento registrato, più opportuno appare raggruppare insieme, in funzione del momento flettente e per ogni singola base di lettura, le curvature  $\Phi$  di tutti gli elementi esaminati. Risulta così possibile evidenziare, con una certa sistematicità sperimentale, un quadro globale delle deformabilità, allo scopo di mettere in luce la funzione meccanica sostenuta dai blocchi di laterizio. La fig. 11 risulta al proposito molto significativa. Le curvature degli elementi alleggeriti con polistirolo (POL1, POL2) sono, per un uguale valore del momento flettente, di norma maggiori rispetto a tutte quelle dei restanti elementi alleggeriti con i blocchi di laterizio. Inoltre, tra questi ultimi, gli elementi aventi i blocchi allineati con i fondelli dei travetti presentano spesso, anche se in maniera non del tutto sostanziale, le curvature minori, specialmente nel caso di blocchi collaboranti. Ulteriore e più probante conferma di tutto quanto osservato può evincersi dall'esame della fig. 12, in cui si sono riportate, per i diversi elementi, le frecce in funzione del carico  $P$ . Tanto in fig. 12a, per la freccia  $F1$  rilevata nel punto 1 (fig. 8), quanto maggiormente in fig. 12b, per la freccia  $F3$  rilevata in mezzzeria, il ruolo irrigidente esercitato dai blocchi di laterizio, rispetto al polistirolo, è alquanto evidente. In fig. 12b, ad esempio, in corrispondenza di un valore del carico  $P$  pari a 2000 kg, il valore medio della freccia in mezzzeria per gli elementi (POL1, POL2) alleggeriti dal polistirolo risulta prossima a 12,5 mm, mentre per gli elementi alleggeriti dal laterizio si rileva una freccia media di 8,5 mm. Nel caso specifico, la deformabilità degli elementi alleggeriti con i blocchi di laterizio (le cui risultanze, in fig. 12 per i diversi casi, sono alquanto prossime le une alle altre) risulta dunque minore di oltre il 30% rispetto alla

deformabilità degli elementi alleggeriti con i pani di polistirolo; la funzione meccanica sostenuta dal laterizio, come diretta partecipazione irrigidente a favore del conglomerato del travetto, risulta quindi alquanto evidente.

**B) Confronto con le risultanze numeriche fornite dall'approccio proposto**

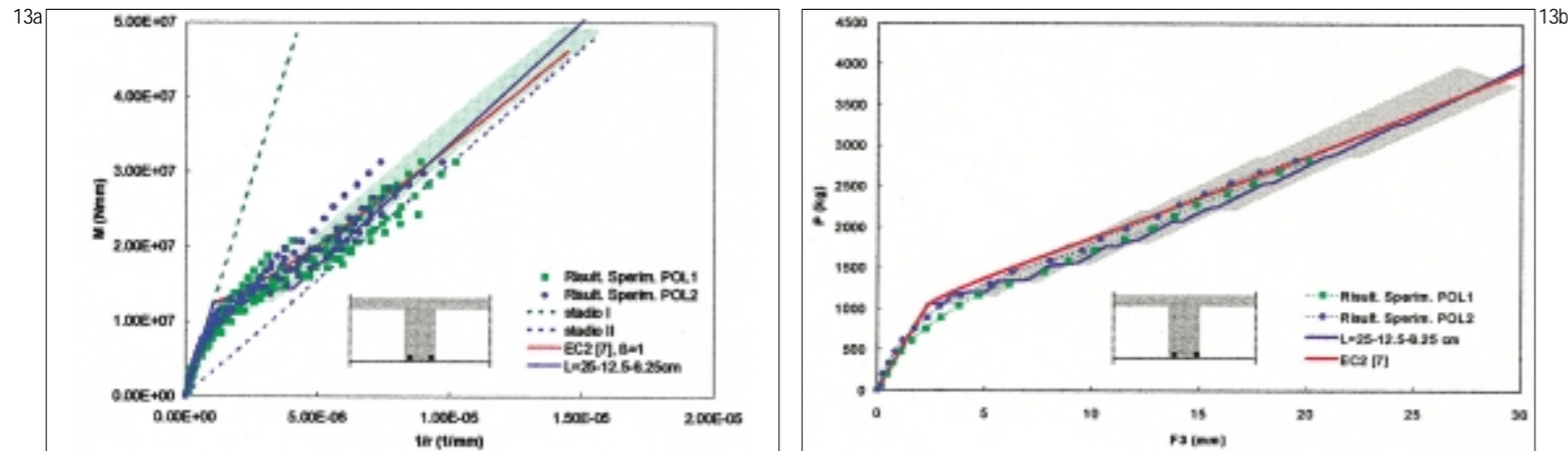
Le precedenti risultanze sperimentali sono state confrontate con le relative risultanze numeriche desunte dall'applicazione dell'approccio teorico prima discusso. I confronti interessano prevalentemente le grandezze significative del problema, ovvero il legame momento-curvatura ed il legame carico-freccia. Prendendo in esame dapprima le risultanze sperimentali  $M-1/r$  (con  $\Phi=1/r$ ) degli elementi POL1, POL2 alleggeriti con polistirolo, le indicazioni fornite dal fuso permettono di istituire un confronto alquanto significativo (fig. 13a). Innanzitutto ben si evidenzia che gran parte delle risultanze sperimentali si colloca all'interno del fuso, a sottolineare la capacità di esso nel prevedere efficacemente, in modo quantitativo, le diverse equipotenzialità di sviluppo fessurativo. Va tuttavia fatta, al proposito, un'importante osservazione. Come già sottolineato, nei solai in esame il quadro fessurativo non si manifesta con la consueta variabilità tipica delle travi in conglomerato armato; la presenza, nei travetti, dei fondelli in laterizio (nonché, lateralmente ad essi, delle eventuali pignatte) governa di fatto lo sviluppo di un ben preciso quadro fessurativo. La distanza tra le singole fessure, che via-via si manifestano, passa infatti dal valore iniziale di 25 cm, a valori successivamente pressoché dimezzati. All'interno del fuso è allora utile evidenziare un ben definito percorso che toglie alle equipotenziali possibilità di sviluppo fessurativo il loro connotato di aleatorietà; percorso che, rispetto al fuso, è bene rimarcare in modo chiaro,

stante la sua univocità. In fig. 13a si è allora sovrapposto all'indicazione (con retinatura) del fuso, il preciso percorso (a tratto continuo marcato) che prevede, dopo la prima fessurazione, il dimezzarsi progressivo, anche per la mancanza delle pignatte, dell'iniziale distanza di 25 cm tra le singole fessure. Le diverse risultanze sperimentali si collocano ben "a cavallo" del percorso indicato, attestando così la capacità dell'approccio teorico nel ben interpretare efficacemente la realtà fisica del problema. Va inoltre osservato che poche risultanze fuoriescono dal "fuso" (qualcuna, addirittura, con deformabilità maggiore dello stadio II); per esse va ricordata la indefettibile dispersione delle caratteristiche meccaniche legata al confezionamento degli elementi medesimi, simile alla prassi tecnologica comunemente adottata. Tale prassi non può garantire, come noto, un rigoroso rispetto tanto delle caratteristiche meccaniche quanto di quelle geometriche. Sempre in fig. 13a si è inoltre riportato l'andamento della curvatura desunta attraverso la proposta normativa [7]. Tale proposta esprime, come noto, il rapporto momento-curvatura secondo:

$$\frac{1}{r} = \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \right] \frac{1}{r_{II}} + \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \frac{1}{r_I}$$

essendo i pedici I, II relativi rispettivamente alla sezione integra e fessurata e  $\beta_1, \beta_2$  opportuni coefficienti.

Anche in questo caso va rilevato quanto già osservato relativamente alle travi in c.a.[3]. La proposta normativa [7] è di fatto ispirata ad una definizione della curvatura secondo una accezione di tipo "medio" ([3],[11]) col che, appena avvenuta la fessurazione, la curvatura in questione non presenta (con l'assunzione  $\beta_1 \beta_2 = \beta = 1$ ), alcuna traslazione in "orizzontale". Per tale ragione, superata la prima fase fessurativa, le risultanze sperimentali si collocano non



14. Le risultanze sperimentali degli elementi A1, A2, B1, B2 messe a confronto con l'approccio proposto (trascurando la presenza delle pignatte in laterizio): a) il "fuso" momento - curvatura; b) il "fuso" carico - freccia F3.

proprio a cavallo dell'indicazione normativa, inducendo, ad esempio, ad un'opportuna riflessione sulla possibile scelta di diversi valori da assegnare al parametro  $\beta$ . Tutto quanto ora osservato mantiene una sostanziale validità anche nei riguardi del legame carico-freccia.

Va innanzitutto osservato che per la valutazione teorica della freccia si è operato, per comodità, utilizzando un programma ad elementi finiti, discretizzando la struttura in elementi tipo trave aventi lunghezza di 25 cm, allo scopo di ben simulare la realtà meccanico-geometrica in esame. Come noto, si poteva comunque procedere per altra via, ad esempio attraverso la doppia integrazione del legame momento-curvatura, operazione questa, da condursi eventualmente per via "manuale", dopo aver opportunamente discretizzato in concii l'elemento strutturale.

In fig. 13b, relativamente al legame carico  $P$  - freccia  $F3$  di mezzzeria, il "fuso" teorico introdotto ingloba totalmente le risultanze sperimentali che, oltretutto, si collocano nella zona intermedia di esso.

Ancora si evince una notevole capacità dell'approccio teorico nel seguire la realtà fisica del problema: anche il percorso fornito dallo sviluppo predeterminato della fessurazione (definito dalla iniziale distanza dei travetti - 25 cm - che successivamente, come detto, via via si dimezza) è molto vicino alle risultanze sperimentali.

Per quanto attiene invece l'indicazione normativa [7], va rilevato che, appena dopo la prima fessurazione, il valore della freccia da essa fornito sottostima la risultanza sperimentale, raggiungendo invece, per valori del momento flettente ben oltre la soglia della prima fessurazione, un buon accordo con la sperimentazione.

Si trova dunque ancora confermata la visione "media" caratterizzante la proposta [7], visione che impedisce, appena superata

la soglia di prima fessurazione, di esprimere gli effetti locali dovuti alla fessurazione, ritenendo dunque l'elemento più rigido rispetto a quanto esso realmente è.

Per mettere ben in luce il ruolo sostenuto dai blocchi in laterizio o meglio, l'irrigidimento da esse operato nei riguardi della deformabilità, si sono messe inizialmente a confronto le risultanze sperimentali degli elementi alleggeriti con pignatte allineate (collaboranti e non) A1, A2, B1, B2 con il precedente "fuso" relativo agli elementi alleggeriti in polistirolo. Si fa, in altre parole, ancora riferimento alla sola sezione di conglomerato armato, non mettendo in conto alcun contributo meccanico per il laterizio presente.

Il legame momento  $M$  - curvatura  $1/r$  di fig. 14a fornisce subito una chiara testimonianza in proposito: le risultanze sperimentali, al contrario di quanto visto in fig. 13a, si collocano ora in larga misura al di fuori del "fuso", a testimonianza di una reale maggior rigidità degli elementi rispetto a quanto teoricamente fornito dalla sola sezione di conglomerato armato. Ulteriore, e forse più chiara conferma a tutto ciò, si evince anche dalla fig. 14b, ove sono messe a confronto con il precedente "fuso" corrispondente alla sola sezione di conglomerato armato. Ulteriore, e sempre per gli elementi A1, A2, B1, B2, le risultanze sperimentali carico  $P$  - freccia  $F3$  in mezzzeria.

A parità di carico, le risultanze sperimentali forniscono valori notevolmente minori rispetto al "fuso" in questione e totalmente al di fuori di esso; così pure la proposta normativa [7] notoriamente valida per sezioni di solo conglomerato armato, non appare in grado di valutare l'irrigidimento operato dalle pignatte di laterizio.

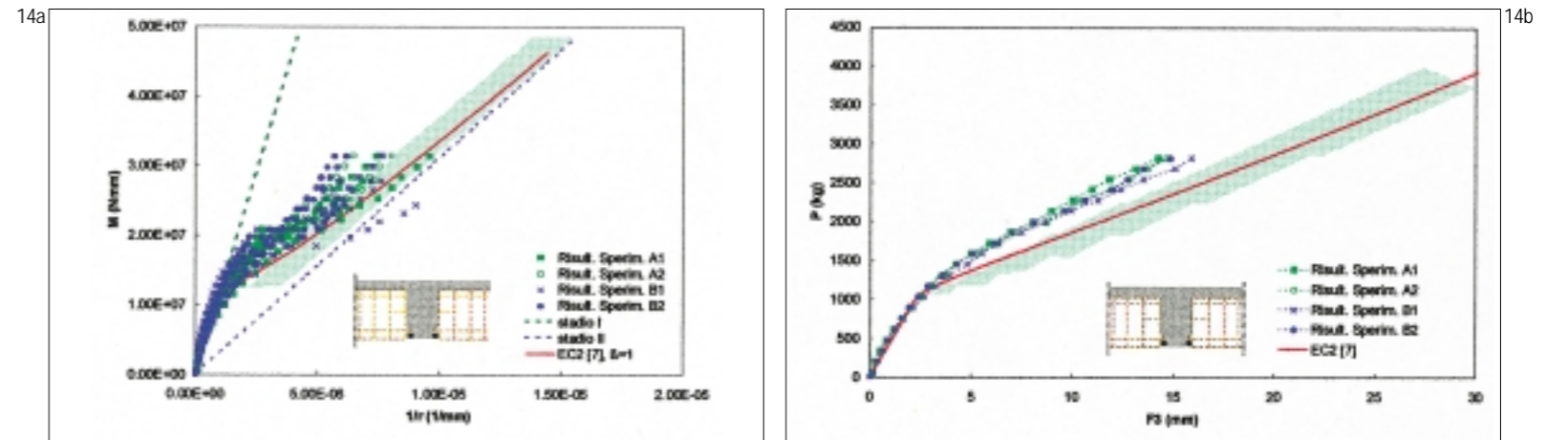
A conclusioni generali del tutto simili si giunge anche nel caso degli elementi BS1, BS2, alleggeriti con blocchi sfalsati di laterizio collaboranti. Analizzando il legame momento  $M$  - curvatura  $1/r$ , le risultanze

sperimentali ancora si collocano quasi del tutto esternamente rispetto al solito "fuso" (fig. 15a) evidenziando così ancora il contributo irrigidente fornito dal laterizio nei riguardi della deformabilità del solo conglomerato armato. Anche nei riguardi del legame carico  $P$  - freccia  $F3$  in mezzzeria si può giungere ad analoghe considerazioni esaminando la fig. 15b; la proposta normativa [7] ancora sovrastima fortemente, in relazione alle ipotesi fatte, la deformabilità degli elementi in questione.

Va osservato che nelle figg. 14 e 15 non si è più indicato, a differenza della fig. 13, l'univoco percorso fessurativo introdotto nel caso degli elementi POL1, POL2 alleggeriti con il polistirolo.

La presenza dei blocchi di laterizio diversifica comunque il percorso fessurativo, soprattutto nel caso di blocchi sfalsati. Anche sperimentalmente si sono registrate diverse possibilità di sviluppo del quadro fessurativo, al punto che l'univoco dimezzarsi della distanza di prima fessurazione (pari alla lunghezza del fondello di laterizio del singolo travetto) non può più essere considerato come il più probabile evento fessurativo. Proprio in tale contesto il "fuso" introdotto mostra quindi la sua più piena valenza ed il suo ben preciso significato.

Va anche però osservato che volendo ora mettere in conto nel problema la funzione meccanica esercitata dal laterizio, il precedente "fuso", relativo al solo conglomerato, dovrebbe essere amplificato, al di là della discutibile - e forse non corretta - introduzione di nuovi percorsi fessurativi. L'irrigidimento esercitato dal laterizio può essere visto come un virtuale ed equivalente aumento della reale resistenza a trazione del conglomerato col che, di conseguenza, il "fuso" si amplifica. Per un corretto approccio al problema, andrebbe comunque messa sul tappeto l'analisi della diffusione tridimensionale degli sforzi nei bloc-



15. Le risultanze sperimentali degli elementi BS1, BS2 messe a confronto con l'approccio proposto (trascurando la presenza delle pignatte in laterizio): a) il "fuso" momento - curvatura; b) il "fuso" carico - freccia F3.

16. Le risultanze sperimentali degli elementi A1, A2, B1, B2 messe a confronto con l'approccio proposto (valutando, in modo approssimato, la presenza delle pignatte in laterizio): a) il "fuso" momento - curvatura; b) il "fuso" carico - freccia F3.

chi di laterizio, sforzi che nascono in seguito all'adesione presente tra il travetto e i blocchi medesimi (fig. 18).

Il problema, che una impostazione corretta vorrebbe collocato nell'ambito di un'analisi ad elementi finiti, presenta in generale una complessa soluzione, soprattutto tenendo presenti le non linearità insite in esso, principalmente dovute al reale comportamento meccanico dei materiali ed alla loro fessurazione. Per effetto della diffusione degli sforzi presenti, non va

inoltre dimenticato che nello studio della flessione dei singoli travetti si ha a che fare con una sezione che vede aggiungere alla propria area di solo conglomerato armato un'opportuna area di laterizio collaborante. Il problema appare dunque, anche ad un primo esame, alquanto articolato ed i possibili approfondimenti dovrebbero essere condotti in un ambito di analisi non lineare in campo tridimensionale. Ciò non di meno, dovendo in questa sede principalmente mettere in evidenza la funzione

meccanica del laterizio nei solai in esame, si ritiene di poterne esprimere soprattutto una sua globale quantificazione.

Ipotizzando, per semplicità, tanto un comportamento meccanico del laterizio uguale a quello del conglomerato, quanto l'intera messa in conto della sezione di laterizio del blocco, è possibile determinare due nuovi "fusi" (uno per la curvatura ed uno per la freccia) che possono rappresentare per l'elemento in esame sorta di limiti superiori della funzione

18. L'interazione meccanica tra travetto e pignatta.

meccanica esercitata dal laterizio.

I "fusi" così determinati, pur nella approssimazione insita nelle ipotesi viste, possono rappresentare, soprattutto nel confronto con la realtà sperimentale, una valida conferma della partecipazione meccanica del laterizio nei solai esaminati. In tale ottica, quindi, va letto l'innalzamento del momento di prima fessurazione che, con l'ugual valore della precedente resistenza ultima a trazione del conglomerato, si registra in seguito al forfettario aumento di sezione operato.

Questo nuovo momento teorico di prima fessurazione (figg. 16, 17) va dunque considerato solo nel quadro delle ipotesi semplificative formulate per quantificare, in una prima approssimazione, l'irrigidimento esercitato dalle pignatte di laterizio.

In fig. 16a, le risultanze sperimentali degli elementi A1, A2, B1, B2, in termini di momento  $M$  - curvatura  $1/r$ , rientrano ora in grande misura, stante la molteplicità delle possibilità fessurative, all'interno del "fuso". Così pure, in fig. 16b, al variare del carico applicato, le frecce  $F3$  registrate sperimentalmente nella mezzeria degli elementi A1, A2, B1, B2 tendono a rientrare nel nuovo "fuso".

Anche per gli elementi BS1, BS2 (aventi blocchi collaboranti sfalsati) si arriva ad analoghi risultati, come evidenziato tanto dalla fig. 17a (per il legame momento-curvatura) quanto dalla fig. 17b (per il legame carico-freccia  $F3$  di mezzeria).

#### Osservazioni conclusive

La funzione meccanica dei blocchi di laterizio, come effetto irrigidente sulla deformabilità degli elementi di solaio, è spesso chiamata in causa tanto nella progettazione, quanto nelle fasi di verifica strutturale.

Esiste tuttavia ancora una oggettiva incertezza nella valutazione quantitativa di

tale funzione. Infatti, se a volte l'effettiva sezione di conglomerato armato viene aumentata di una forfettaria area di laterizio, in altre occasioni tale aumento viene trascurato, calcolando di conseguenza deformabilità maggiori di quelle realmente presenti. La valutazione, anche in termini quantitativi, di questo effetto irrigidente può quindi risultare di sicuro interesse. In questo lavoro si è operato dapprima attraverso una serie di prove sperimentali e poi attraverso una opportuna simulazione numerica.

Prendendo inoltre in esame elementi aventi sempre la stessa sezione di conglomerato armato, ma alleggeriti da parti di polistirolo oppure da blocchi di laterizio, è stato possibile mettere in luce, per via sperimentale, l'irrigidimento operato dal laterizio. La successiva analisi numerica, affrontata attraverso un approccio teorico in grado di evidenziare un campo di deformabilità conseguente a più possibilità fessurative, ha chiaramente mostrato la funzione meccanica del laterizio. Va poi osservato che tale funzione non è messa sufficientemente in conto dalla conosciuta proposta normativa [7], o meglio, utilizzando per il coefficiente  $\beta$  il valore pari all'unità,

non si riesce a descrivere compiutamente la realtà fisica e ciò, anche in ragione della visione "media" espressa dalla proposta medesima. Se quindi da un lato potrebbe in futuro perseguirsi un miglioramento della proposta in questione, dall'altro si potrebbe, principalmente sulla scorta di un'ampia valutazione parametrica, definire un'opportuna area forfettaria di conglomerato

atta a rappresentare l'equivalente effetto irrigidente esercitato dal laterizio. In questa sede non risulterebbe pienamente giustificato dare una precisa ed univoca indicazione di tale area; a tale approdo si può ragionevolmente giungere, come detto, solo con un'ampia valutazione parametrica delle grandezze in gioco. Tale valutazione dovrà presumibilmente contemplare tanto una più ampia campagna sperimentale, quanto un ulteriore confronto numerico esteso anche alla consueta variabilità insita nella prassi progettuale. Tuttavia, aver evidenziato per i solai esaminati l'effetto irrigidente del laterizio di alleggerimento, soprattutto nei riguardi di una efficace descrizione teorica della complessa realtà fisica legata alle diverse situazioni del quadro fessurativo, sembra costituire una necessaria premessa per lo sviluppo auspicato.

Esiste tuttavia ancora una oggettiva incertezza nella valutazione quantitativa di

tale funzione. Infatti, se a volte l'effettiva sezione di conglomerato armato viene aumentata di una forfettaria area di laterizio, in altre occasioni tale aumento viene trascurato, calcolando di conseguenza deformabilità maggiori di quelle realmente presenti. La valutazione, anche in termini quantitativi, di questo effetto irrigidente può quindi risultare di sicuro interesse. In questo lavoro si è operato dapprima attraverso una serie di prove sperimentali e poi attraverso una opportuna simulazione numerica.

Prendendo inoltre in esame elementi aventi sempre la stessa sezione di conglomerato armato, ma alleggeriti da parti di polistirolo oppure da blocchi di laterizio, è stato possibile mettere in luce, per via sperimentale, l'irrigidimento operato dal laterizio. La successiva analisi numerica, affrontata attraverso un approccio teorico in grado di evidenziare un campo di deformabilità conseguente a più possibilità fessurative, ha chiaramente mostrato la funzione meccanica del laterizio. Va poi osservato che tale funzione non è messa sufficientemente in conto dalla conosciuta proposta normativa [7], o meglio, utilizzando per il coefficiente  $\beta$  il valore pari all'unità,

non si riesce a descrivere compiutamente la realtà fisica e ciò, anche in ragione della visione "media" espressa dalla proposta medesima. Se quindi da un lato potrebbe in futuro perseguirsi un miglioramento della proposta in questione, dall'altro si potrebbe, principalmente sulla scorta di un'ampia valutazione parametrica, definire un'opportuna area forfettaria di conglomerato

atta a rappresentare l'equivalente effetto irrigidente esercitato dal laterizio. In questa sede non risulterebbe pienamente giustificato dare una precisa ed univoca indicazione di tale area; a tale approdo si può ragionevolmente giungere, come detto, solo con un'ampia valutazione parametrica delle grandezze in gioco. Tale valutazione dovrà presumibilmente contemplare tanto una più ampia campagna sperimentale, quanto un ulteriore confronto numerico esteso anche alla consueta variabilità insita nella prassi progettuale. Tuttavia, aver evidenziato per i solai esaminati l'effetto irrigidente del laterizio di alleggerimento, soprattutto nei riguardi di una efficace descrizione teorica della complessa realtà fisica legata alle diverse situazioni del quadro fessurativo, sembra costituire una necessaria premessa per lo sviluppo auspicato.

Esiste tuttavia ancora una oggettiva incertezza nella valutazione quantitativa di

tion and bending". *EURO-C 1994*, (Mang, Bicaninc and de Borst eds.), Pineridge Press, Innsbruck, Austria, pp. 723-734, 1994.

[2] Ferretti D., Iori I. e Vallini P., "Sul comportamento in fase di esercizio di elementi inflessi in conglomerato cementizio armato", *Studi e Ricerche*, Scuola di Specializzazione per le Costruzioni in c.a., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, 16, pp. 209-229, 1995.

[3] Avalle M., Ferretti D., Iori I. e Vallini P., "Sulla deformabilità di elementi inflessi in conglomerato armato", *Atti del 10° Congresso CTE sulla nuova tecnologia edilizia per l'Europa*, Milano, pp. 33-42, 1994.

[4] Cosenza E., Greco C. e Manfredi G., "La valutazione teorica di spostamenti e rotazioni in fase anelastica negli elementi monodimensionali in cemento armato", *Rend. Mat. Acc. Lincei*, S.9V.2, pp. 249-258, 1991.

[5] Creazza G. e Di Marco R., "Bending moment-mean curvature relationship with constant axial load in the presence of tension stiffening", *Materials and Structures*, 26, pp. 196-206, 1993.

[6] Cohn M.Z. e Riva P., "A comprehensive study of the flexural behaviour of structural concrete elements", *Studi e Ricerche*, Scuola di Specializzazione per le Costruzioni in c.a., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, 9, pp. 365-413, 1987.

[7] Commission of the European Communities, (EC2), *Industrial Process - Building and Civil Engineering, Eurocode 2 - Design of concrete structures - Part 1, General rules and rules for buildings*, Brussel, 1990.

[8] C.E.B.-F.I.P., *CEB-FIP Model Code 1990*, Bulletin d'information n° 203-205, Thomas Telford, London, 437 pp., 1993.

[9] Ferretti D., *Sul comportamento a breve termine di elementi inflessi in conglomerato cementizio armato*, Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Strutturale, 11, Politecnico di Torino, 1996.

[10] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. e Flannery B.P., *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, U.K., 1992.

[11] Giuriani E. e Sforza C., "Relazione fra momenti e curvature medie e locali di una trave in cemento armato sottoposta a distorsioni crescenti e ripetute. Ricerca sperimentale con il procedimento del moirè per sovrapposizione", *Studi e Ricerche*, Scuola di Specializzazione per le Costruzioni in C.A., F.lli Pesenti, Politecnico di Milano, 3, pp.177-205, 1981.

[12] Gelfi P. e Giuriani E., "Legami momenti-curvature locali di travi in cemento armato in presenza di taglio. - Indagine sperimentale col moirè", X Convegno Nazionale A.I.A.S., Università della Calabria, Arcavacata di Rende - Cosenza, pp. 625-640, 1982.

[13] Priestley M.J.N., Park R. e Lu F.P.S., "Moment-curvature relationships for prestressed concrete in constant-moment zones", *Magazine of Concrete Research*, 23(75), pp. 69-78, 1971.

[14] Cedolin L., Dei Poli S. e Iori I., "Tensile behavior of concrete", *J. Engrg. Mech., ASCE*, 113(3), pp. 431-449, 1987.

[15] Giuriani E., "Legami momenti-curvature per le fessure diffuse, concentrate e singole", *Testimonianze e note scientifiche in onore del settantesimo compleanno del Prof. Sandro Dei Poli*, Politecnico di Milano, Milano, pp. 301-316, 1985.

I risultati riportati nell'articolo scaturiscono da una convenzione di ricerca dal titolo "Analisi delle funzioni meccaniche dei blocchi nei solai misti", stipulata tra l'ANDIL Assolaterizi e l'Università degli Studi di Parma.

